

1. Neka u vektorskom prostoru V postoji vektor $v \in V$ koji se može predstaviti kao linearna kombinacija vektora $\{x_1, \dots, x_m\}$ na dva različita načina. Dokazati da je sistem $\{x_1, \dots, x_m\}$ linearno zavisian.

2. Da li je tačno sljedeće tvrđenje: Ako skup S generiše prostor V tada se svaki vektor iz V može predstaviti kao linearna kombinacija vektora iz S na jedinstven način?

3. Da li je sistem vektora $\{t^2 - t + 4, t + 2, -t^2 + 4t + 2\}$ baza u prostoru $M_{\leq 2}$?

4. Označimo sa $M_{m \times n}$ skup svih matrica dimenzija $m \times n$ nad poljem \mathbb{R} . Na skupu $M_{m \times n}$ uvedimo operacije sabiranja i množenja matrica kao u udžbeniku (paragraf 2.1).

a) Pokazati da je skup $M_{m \times n}$ sa ovim operacijama vektorski prostor.

b) Naći dimenziju i jednu bazu prostora $M_{m \times n}$.

5. Naći tri različite baze prostora $M_{2 \times 2}$.

6. Razmotrimo skup $M_{m \times m}$ kvadratnih matrica dimenzije m . Da li je ovaj skup sa operacijom množenja matrica grupa?

(Za početak možete razmotriti skup $M_{2 \times 2}$).

7. U prostoru \mathbb{R}^5 su zadati potprostori

$$W_1 = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \quad : \quad x_1 - x_2 - x_3 + x_5 = 0\}$$

i

$$W_2 = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \quad : \quad x_2 = x_3 = x_4, x_1 + x_5 = 0\}$$

Naći dimenzije i po jednu bazu prostora W_1 , W_2 i $W_1 \cap W_2$.

8. Zadati je sistem linearnih jednačina

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0;$$

$$2x_1 + 3x_3 = 0.$$

Pokazati da je skup rješenja ovog sistema potprostor u \mathbb{R}^3 . Naći jednu bazu ovog potprostora.

9. U prostoru matrica $M_{m \times m}$ razmotrimo skup svih matrica takvih da elementi matrice a_{ij} zadovoljavaju uslov $a_{ij} = -a_{ji}$ za $1 \leq i, j \leq m$. Matrice koje zadovoljavaju ovaj uslov se nazivaju kososimetričnim matricama.

a) Pokazati da je skup kososimetričnih matrica potprostor u $M_{m \times m}$.

b) Naći dimenziju i jednu bazu potprostora svih kososimetričnih matrica.

Napomena.

Zadaci 1,2,3 su laki i očekuje se da ih studenti urade bez većih problema. Zadaci 4,5,6,7,8,9 su takođe laki, ali te teme nisu u potpunosti obrađene na predavanjima. Te teme ćemo još razjasniti na narednim predavanjima. Studentima se preporučuje da probaju uraditi sve zadatke i da na narednim predavanjima postave pitanja ukoliko im neki od zadataka nije jasan.